

Correção IFAM 2019

Eduardo Palhares Júnior

3 de junho de 2020

Exercício 36

A respeito dos números complexos, analise as afirmativas a seguir

Raizes de $z = 8 - 6i$

Expandindo o quadrado de z , temos:

$$\begin{aligned} z &= 3 - i \\ \Downarrow \\ z^2 &= (3 - i)^2 \\ &= 9 - 3i - 3i + i^2 \\ &= 9 - 6i - 1 \\ &= 8 - 6i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= -3 + i \\ \Downarrow \\ z^2 &= (-3 + i)^2 \\ &= 9 - 3i - 3i + i^2 \\ &= 9 - 6i - 1 \\ &= 8 - 6i \end{aligned}$$

ou seja, o item I. é verdadeiro. Vamos mostrar agora que o item II. é falso:

$$\begin{aligned} z &= 2 - i \\ \Downarrow \\ z^2 &= (2 - i)^2 \\ &= 4 - 2i - 2i + i^2 \\ &= 4 - 4i - 1 \\ &= 3 - 4i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z &= -2 + i \\ \Downarrow \\ z^2 &= (-2 + i)^2 \\ &= 4 - 2i - 2i + i^2 \\ &= 4 - 4i - 1 \\ &= 3 - 4i \end{aligned}$$

Raízes de $iz + 2z + 1 - i$

O primeiro passo é rearranjar a equação, colocando de um lado o que possui a incognita z e do outro lado os números puros.

$$\begin{array}{ll} iz + 2z + 1 - i = 0 & \\ \text{isole os termos aditivos} & z(2 + i) = i - 1 \\ \text{isole os termos multiplicativos} & z = \frac{-1 + i}{2 + i} \\ \text{aplique o complexo conjugado} & z = \frac{-1 + i}{2 + i} \cdot \frac{2 - i}{2 - i} \\ \text{aplique a distributiva} & z = \frac{-2 + i + 2i - i^2}{4 - 2i + 2i - i^2} \\ \text{simplifique a expressão} & z = \frac{-1 + 3i}{5} \end{array} \quad (1)$$

Isolando z em cada na expressão, temos:

$$\begin{array}{lll} 20z = -2 + 6i & 20z = -4 + 12i & 20z = -3 + 6i \\ z = \frac{-2 + 6i}{20} & z = \frac{-4 + 12i}{20} & z = \frac{-3 + 6i}{20} \\ z = \frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i}{5} \quad (2) & z = \frac{-1 + 3i}{5} \quad (3) & z = \frac{-\frac{3}{4} + \frac{3}{2}i}{5} \quad (4) \end{array}$$

Comparando 1 com 2, 3 e 4, notamos que o item correto é o item IV.

Exercício 37

Utilizando os dígitos 2, 3, 5, 6, 8 e 9, quantos números de três algarismos distintos é possível formar?

$$N = \{2, 3, 5, 6, 8, 9\} \Rightarrow \#N = 6$$

$$A(6, 3) = \frac{6!}{3!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

Exercício 38

Dados do censo realizado numa certa cidade indicam que ela tem 500 mil habitantes e um crescimento populacional de 2% ao ano. Sendo y a população e x o tempo em anos a partir da data do censo, a função que representa a população futura em função do tempo, e o número, aproximado, de habitantes que a cidade terá após quatro anos desse censo, respectivamente, são:

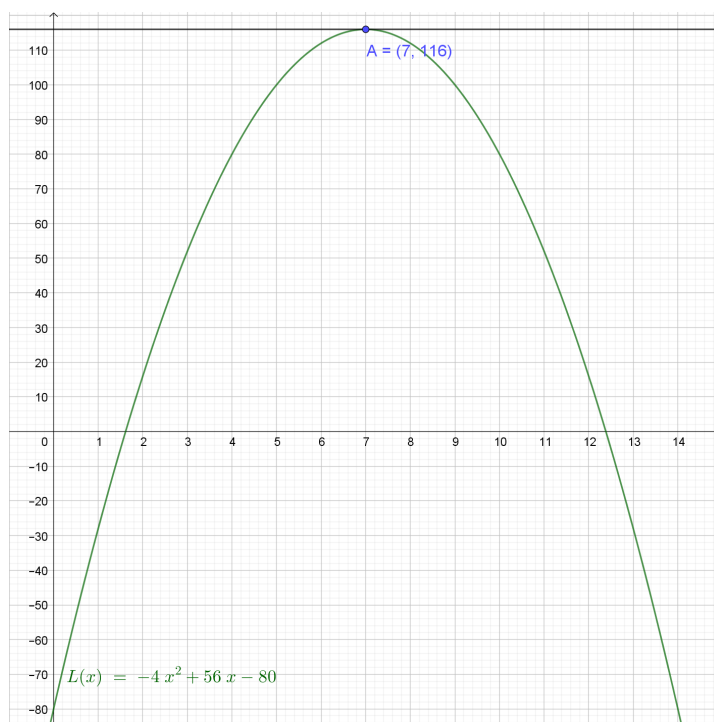
$$Y = y_0 \cdot (1 + 0,02)^x \quad \left\{ \begin{array}{l} y_0 = 500.000 \text{ pessoas} \\ CP = 0,02 \text{ ou } 2\% \\ x = 4 \text{ anos} \end{array} \right.$$

ou seja, é uma função exponencial. Substituindo os valores dados, temos:

$$P = 500.000 \cdot (1 + 0,02)^4 \approx 500.000 \cdot 1,0824 \approx 541.216$$

Exercício 39

Uma empresa vende, mensalmente, x cargas de um produto. O valor mensal pela venda desse produto é $v(x) = 6x^2 - 24x$, e o custo mensal é dado por $c(x) = 10x^2 - 80x - 80$. Qual é o número de cargas mensais que essa empresa deve vender para obter lucro máximo?



A função lucro é a diferença entre o ganho e o gasto, dada por:

$$\begin{aligned} L(x) &= v(x) - c(x) \\ &= 6x^2 - 24x - (10x^2 - 80x - 80) \\ &= 6x^2 - 24x - 10x^2 + 80x + 80 \\ &= -4x^2 + 56x - 80 \end{aligned}$$

Para otimizar o lucro, devemos tomar sua derivada como nula.

$$\begin{aligned} L'(x) &= 0 \\ -8x + 56 &= 0 \\ x &= \frac{56}{8} \\ x &= 7 \end{aligned}$$

Exercício 40

Considere o conjunto de equações

$$\begin{cases} 2x - 2y = 2A + 6B \\ 2x - 2y = 2A + 2B \end{cases} \quad \begin{matrix} (5) \\ (6) \end{matrix}$$

onde $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Calculando inicialmente o lado direito das equações 5 e 6, temos:

$$\begin{aligned} 2A + 6B &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 12 & -12 \\ 6 & 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 & -8 \\ 6 & 16 \end{bmatrix} \\ 2A + 2B &= \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & -4 \\ 2 & 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 2 \\ 0 & 4 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Essa questão apresenta um erro de digitação, já que a equação 5 possui um sinal trocado. A forma correta da equação 5 é $2x + 2y = 2A + 6B$.

Caso a equação 5 estivesse correta, bastaria fazer uma soma entre as equações 5 e 6, que encontraríamos de forma simples o valor de $x = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$. Substituindo x em qualquer uma das duas expressões originais, encontraríamos $y = \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$.

Como houve esse erro de digitação, seria necessário analisar todos os casos, ou seja, todas as permutações entre x e y , conforme expresse:

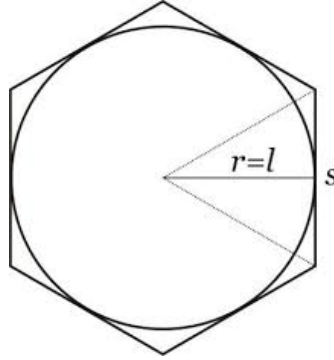
$$S = \{I-II; I-IV; I-VI; III-II; III-IV; III-VI; V-II; V-IV; V-VI\}$$

Apesar do baita trabalho manual, o único caso que fornece uma solução consistente é o caso III-II, cuja matriz $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ é solução da expressão 6. Como os mesmos valores de x e y não satisfazem a equação 5, já notamos que há problemas na questão.

Apesar da solução ser parcial, visto que há problemas no enunciado, todas as outras soluções são absurdas, ou seja, é possível encontrar a solução correta.

Exercício 41

Considerando uma circunferência inscrita num hexágono regular, com lado medindo 8 cm, qual a medida do raio dessa circunferência?



Como os triângulos internos ao hexágono são equiláteros, podemos dividi-los ao meio e calcular sua altura utilizando o "Teorema de Pitágoras".

$$a^2 = b^2 + r^2 \Rightarrow 8^2 = 4^2 + r^2 \Rightarrow r = \sqrt{64 - 16} \Rightarrow r = \sqrt{48} \therefore r = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

Podemos utilizar também o conceito de soma dos ângulos internos de um polígono regular.

$$S_n = (n - 2) \cdot 180^\circ \Rightarrow S_6 = 720^\circ \therefore S_1 = 120^\circ$$

lembrando que a aresta do triângulo é a bissetriz de S_1 , ou seja, $\alpha = S_1/2 = 60^\circ$.

$$\sin 60^\circ = \frac{r}{8} \therefore r = \frac{8\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}\text{cm}$$

Exercício 42

No final do dia, uma pessoa caminhou 1000 metros. Nos dias seguintes, ela pretende aumentar gradativamente essa medida, caminhando, a cada dia, uma mesma distância a mais do que ela andou no dia anterior. No 15º dia, ela quer atingir 6600 metros. Com base nesses dados, qual distância caminhará no 10º dia?

$$\begin{cases} x_1 = 1000 & (7) \\ x_i = x_1 + (i - 1) \cdot \alpha & (8) \\ x_{15} = 6600 & (9) \end{cases}$$

Do enunciado, sabemos que $x_{15} = x_1 + 14 \cdot \alpha$, onde α é a quantidade a mais que ele andou por dia. Portanto, combinando 7 com 9, temos:

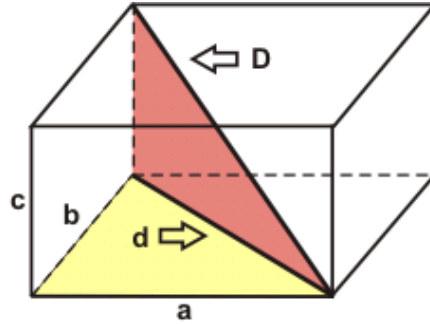
$$6600 = 1000 + 14 \cdot \alpha \Rightarrow \alpha = \frac{5600}{14} \therefore \alpha = 400\text{m}$$

No 10º dia, ele terá percorrido a distância de

$$x_{10} = 1000 + 9 \cdot \alpha = 1000 + 3600 \Rightarrow x_{10} = 4600\text{m}$$

Exercício 43

Um paralelepípedo retângulo tem as seguintes dimensões: 10 cm, 8 cm e 6 cm. A medida da diagonal e a da área total desse paralelepípedo, respectivamente, são:



$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{10^2 + 8^2 + 6^2} = \sqrt{100 + 64 + 36} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}\text{cm}$$

$$A = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot a \cdot c + 2 \cdot b \cdot c = \overbrace{2 \cdot 10 \cdot 8}^{160} + \overbrace{2 \cdot 10 \cdot 6}^{120} + \overbrace{2 \cdot 8 \cdot 6}^{96} = 376\text{cm}^2$$

Exercício 44

Somando nove números inteiros pares e consecutivos, obtém-se 1008. Quantos divisores naturais tem o maior desses nove números?

Expressando algebricamente a equação descrita no enunciado, temos:

$$\overbrace{x}^1 + \overbrace{(x+2)}^2 + \overbrace{(x+4)}^3 + \overbrace{(x+6)}^4 + \overbrace{(x+8)}^5 + \overbrace{(x+10)}^6 + \overbrace{(x+12)}^7 + \overbrace{(x+14)}^8 + \overbrace{(x+16)}^9 = 1008 \quad (10)$$

Rearranjando os termos de 10, temos:

$$\begin{aligned} 1008 &= 9x + \overbrace{(2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16)}^{72} \\ 936 &= 9x \\ \frac{936}{9} &= x \\ \therefore \\ x &= 104 \end{aligned}$$

Tomando o maior dos números da sequência, podemos calcular o 9º candidato $x_9 = 104 + 16$, ou seja, $x_9 = 120$. Fatorando x_9 e realizando a permutação entre todos os fatores comuns, temos:

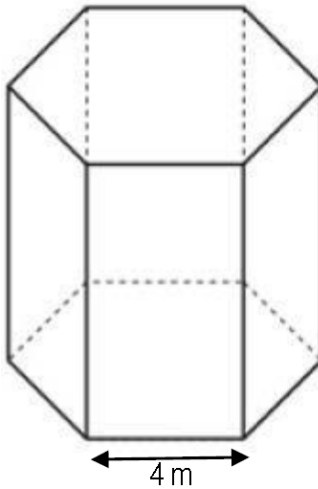
			1
120	2		2
60	2		4
30	2		8
15	3		3, 6, 12, 24
5	5		5, 10, 20, 40, 15, 30, 60, 120
1			

Assim, o conjunto que representa os divisores naturais de x_9 é:

$$S_{x_9} = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30; 40; 60; 120\} \Rightarrow \#S_{x_9} = 16$$

Exercício 45

Ao serem retirados $6000\sqrt{3}$ litros, quanto baixará, em metros, o nível de água desse depósito?



$$A = \frac{3\sqrt{3}l^2}{2} = \frac{3\sqrt{3} \cdot 16}{2} = 24\sqrt{3}\text{m}^2$$

Convertendo unidades, temos que $6000\sqrt{3}\text{l} = 6000\sqrt{3}\text{dm}^3 = 6\sqrt{3}\text{m}^3$. Considerando o volume deslocado, à partir do volume do prisma hexagonal, temos:

$$V = A_b \cdot h \Rightarrow h = \frac{6\sqrt{3}}{24\sqrt{3}} \therefore h = 0,25\text{m}$$

Exercício 46

Ao se dividir o número 66 em partes diretamente proporcionais a 4, 10 e 8, essas partes são:

Vamos representar por meio de cores, um conjunto de elementos que respeitam a proporção de forma unitária.



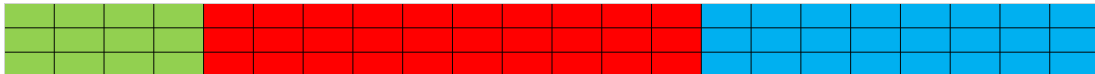
$$T = 4 + 10 + 8 \Rightarrow T = 22$$

Agora, basta encontrar um termo de proporcionalidade entre essa representação unitária e a representação desejada.

$$R = \frac{66}{22} \Rightarrow R = 3$$

$$\begin{cases} 4 \cdot n = 4 \cdot 3 = 12 \\ 10 \cdot n = 4 \cdot 3 = 30 \\ 8 \cdot n = 4 \cdot 3 = 24 \end{cases}$$

Graficamente fica bem claro a relação de proporcionalidade.

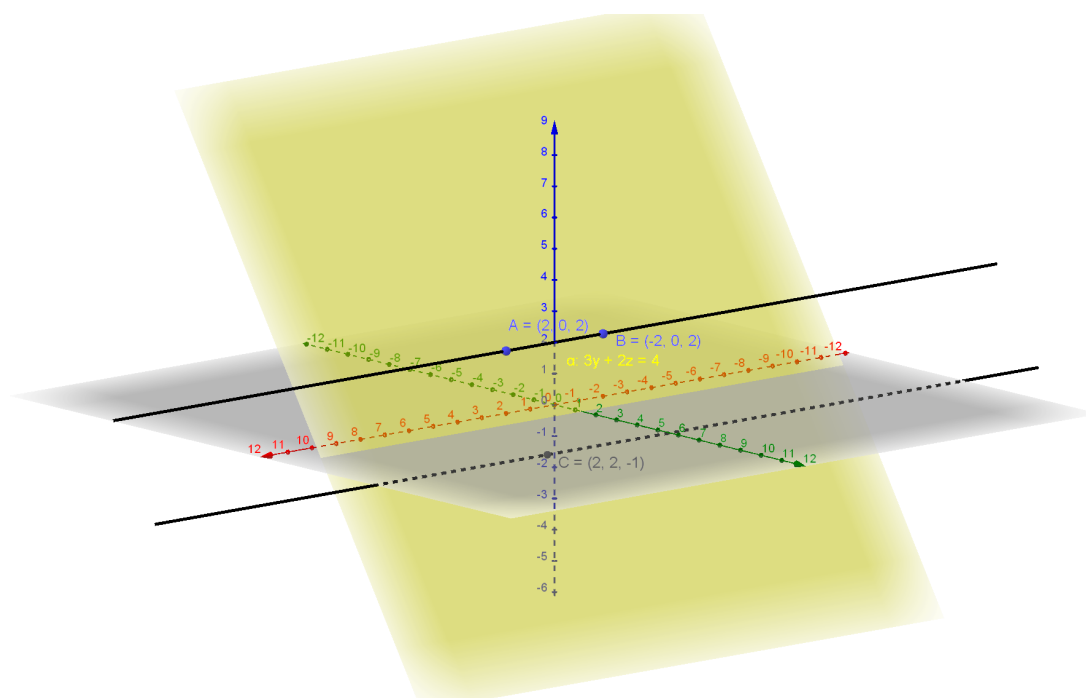


Exercício 47

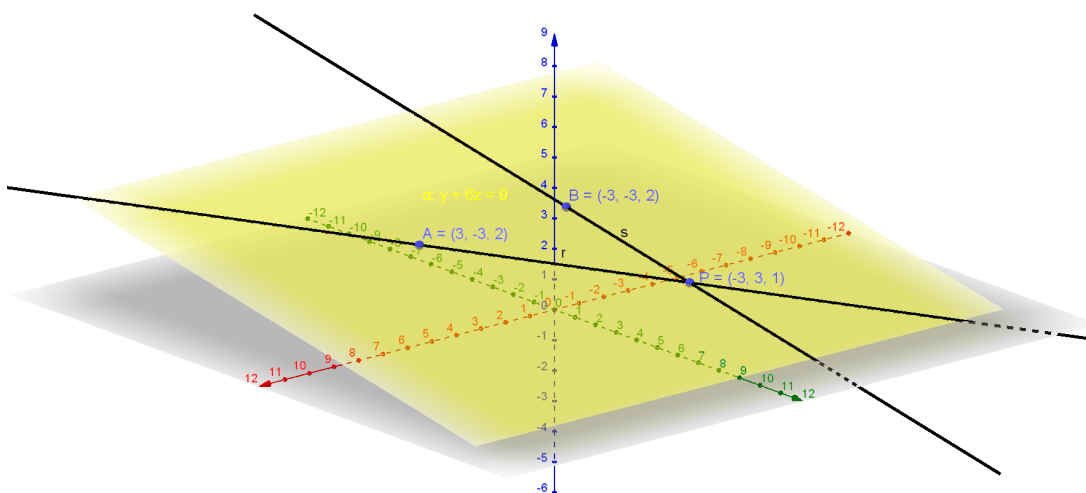
Analise as afirmativas a seguir:

- I. Duas retas paralelas, não coincidentes, determinam um único plano.
VERDADEIRO - decorre da definição
- II. Se duas retas, r e s , são concorrentes em um ponto P , então elas determinam um plano α e um plano β .
FALSO - duas retas determinam um **ÚNICO** plano.
- III. Dada uma reta m e um ponto x fora dela, existe um único plano que contém o ponto x e a reta m .
VERDADEIRO - decorre da definição
- IV. Se r é uma reta perpendicular a duas retas concorrentes, s e t , então r é perpendicular ao plano α determinado por essas retas.
VERDADEIRO - decorre da definição

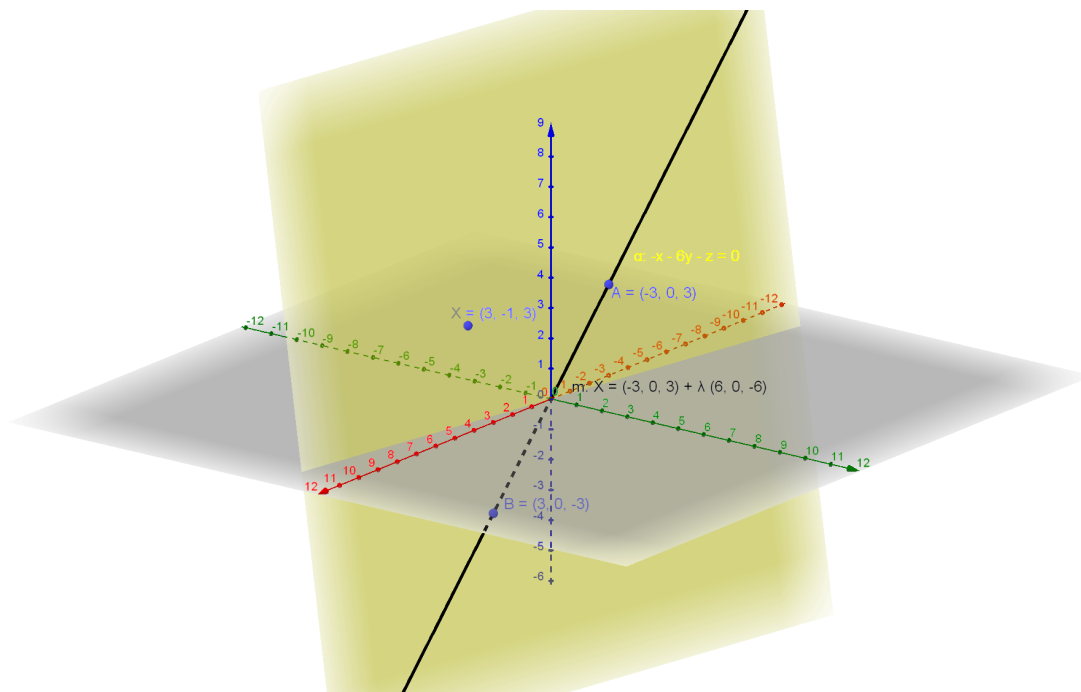
RETAS PARALELAS



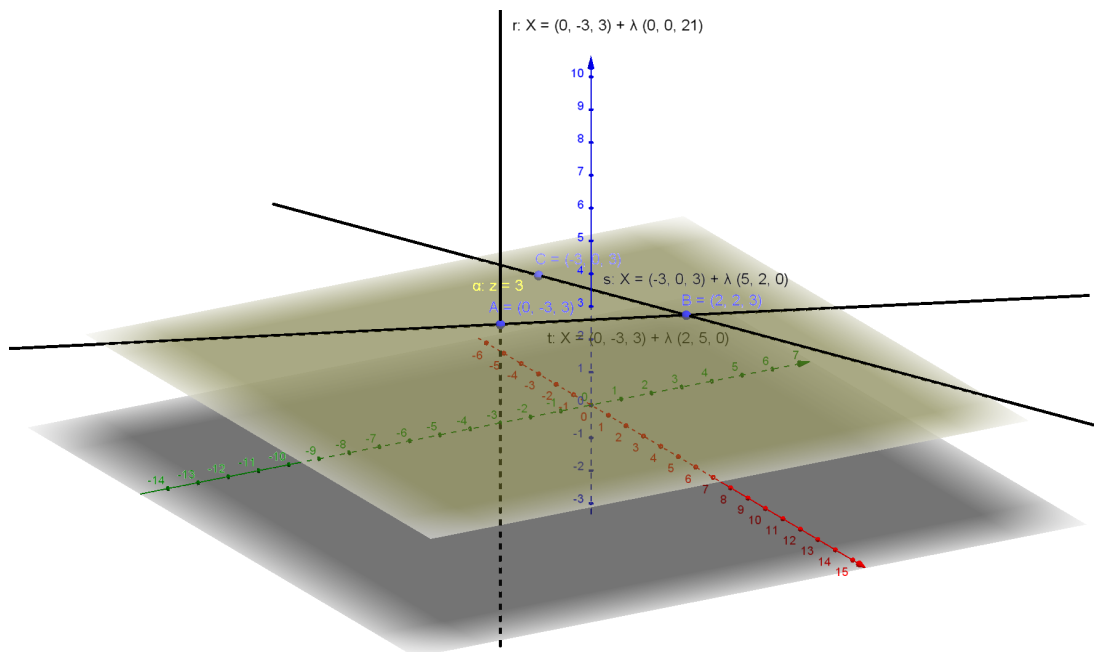
RETAS CONCORRENTES



RETA E PONTO



RETA PERPENDICULAR



Exercício 48

Para produzir 250 bolas, uma fábrica tem um custo de R\$1350,00, enquanto o custo para produzir 500 bolas é de R\$ 1900,00. Sabe-se que o custo das bolas é dado em função do número produzido, pela expressão $c(x) = qx + b$, em que x é a quantidade produzida e b é o custo fixo. Nesse contexto, qual é o custo de produção de 400 bolas?

$$\begin{cases} q \cdot 250 + b = 1350 \\ q \cdot 500 + b = 1900 \end{cases} \quad \begin{matrix} (11) \\ (12) \end{matrix}$$

Subtraindo 12 de 11, temos:

$$250 \cdot q = 550 \Rightarrow q = 2,2 \quad (13)$$

Fazendo $2 \cdot 11 - 12$, temos:

$$2700 - 1900 = 2b - b \Rightarrow b = 800 \quad (14)$$

Combinando 13 com 14, temos

$$c(x) = 2,2 \cdot q + 800 \quad (15)$$

Finalmente, substituindo 400 em 15, temos:

$$c(400) = 2,2 \cdot 400 + 800 = \text{R\$}1680,00$$

Exercício 49

Qual o valor de a e b , para que $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 20$ seja divisível por $(x - 1)(x - 2)$?

Realizando a divisão de forma vertical, temos

$$\begin{array}{r|l} \begin{array}{r} x^3 + ax^2 + bx + 20 \\ x^3 - 3x^2 + 2x \\ \hline (3+a)x^2 + (b-2)x + 20 \\ (3+a)x^2 - 3(3+a)x + 2(3+a) \\ \hline [(b-2) + (9+3a)]x + [20 - (6+2a)] \end{array} & \begin{array}{l} x^2 - 3x + 2 \\ x + (3+a) \end{array} \end{array}$$

Ficamos então com um resto da seguinte forma

$$\overbrace{[(b-2) + (9+3a)]}^{\text{termo angular}} \cdot x + \overbrace{[20 - (6+2a)]}^{\text{termo linear}} = 0 \quad (16)$$

Resolvendo o termo linear de 16, temos:

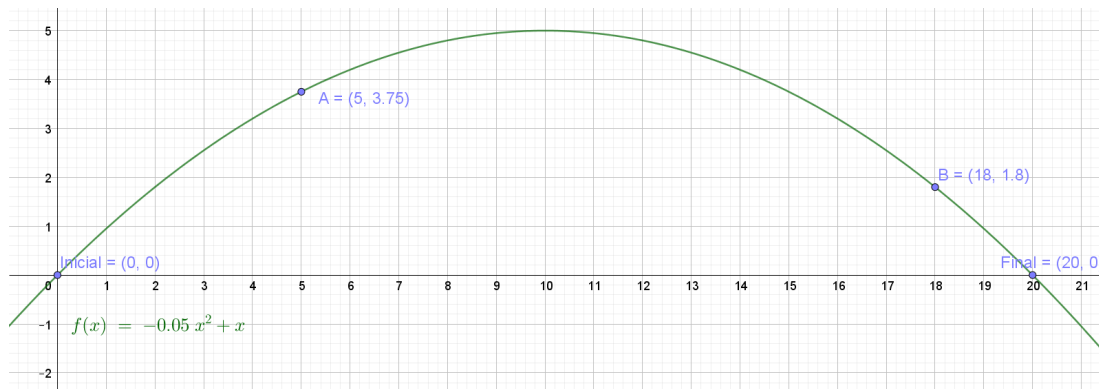
$$14 - 2a = 0 \Rightarrow a = 7 \quad (17)$$

Substituindo 17 em 16 e resolvendo o termo angular, temos:

$$b + 7 + 3a = 0 \Rightarrow b = -7 - 3 \cdot 7 \therefore b = -28$$

Exercício 50

Em uma partida de futebol, um jogador chutou uma bola parada no campo em direção ao gol. A bola descreveu uma trajetória parabólica e tocou o campo 20 metros adiante. A 5 metros do ponto de partida, a bola atingiu 3,75m. Qual altura atingida pela bola a 18 metros do ponto de partida?



As coordenadas fornecidas pelo enunciado são:

$$\left\{ \begin{array}{l} (0, 0) \rightarrow \text{Posição inicial} \end{array} \right. \quad (18)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (5, 3.75) \rightarrow \text{ponto A} \end{array} \right. \quad (19)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (18, h) \rightarrow \text{ponto B} \end{array} \right. \quad (20)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (20, 0) \rightarrow \text{Posição final} \end{array} \right. \quad (21)$$

Lembrando da definição algébrica de parábola $y = ax^2 + bx + c$, se substituirmos as coordenadas 18, 19 e 21, temos (respectivamente):

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \cdot a + 0 \cdot b + c = 0 \end{array} \right. \quad (22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 5^2 \cdot a + 5 \cdot b + c = 3,75 \end{array} \right. \quad (23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 20^2 \cdot a + 20 \cdot b + c = 0 \end{array} \right. \quad (24)$$

De 22 encontramos $c = 0$. Podemos então reescrever 23 e 24, de modo que:

$$\left\{ \begin{array}{l} 25 \cdot a + 5 \cdot b = 3,75 \end{array} \right. \quad (25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 400 \cdot a + 20 \cdot b = 0 \end{array} \right. \quad (26)$$

Resolvendo o sistema, encontramos que $a = -0,05$ e $b = 1$. Finalmente, calculando o valor da função no ponto $x = 18$, temos:

$$f(18) = \overbrace{-0,05 \cdot 18^2}^{-16,2} + 1 \cdot 18 = 1,8$$

Exercício 51

O valor da expressão $\cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos 10x$ para $x = \frac{\pi}{3}$ é:

$$\left. \begin{array}{l} \cos \frac{2\pi}{3} = -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{3\pi}{3} = -1 \\ \cos \frac{4\pi}{3} = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow -2 \quad \left. \begin{array}{l} \cos \frac{5\pi}{3} = \frac{1}{2} \\ \cos \frac{6\pi}{3} = 1 \\ \cos \frac{7\pi}{3} = \frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \quad \left. \begin{array}{l} \cos \frac{8\pi}{3} = -\frac{1}{2} \\ \cos \frac{9\pi}{3} = -1 \\ \cos \frac{10\pi}{3} = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow -2$$

Assim, somando todos os termos, temos:

$$\sum_{i=2}^{10} \cos i \frac{\pi}{3} = -2$$

Exercício 52

Em uma determinada região, existe uma floresta utilizada para fins comerciais, onde são plantadas e retiradas árvores num sistema sustentável. O número de árvores plantadas e retiradas tende a variar com o tempo. Nesse espaço, o número de árvores plantadas varia de acordo com a função dada por $A(t) = 900 + 400 \cdot \sin \frac{\pi t}{4}$, em que o tempo t é medido em ano a partir de janeiro de 2002. O número de árvores que havia em janeiro de 2018 e o número mínimo alcançado de árvores plantadas nessa região foram, respectivamente,

$$\left\{ \begin{array}{l} 2002 = t_0 \\ 2018 - 2002 = 16 \text{ anos} \\ 2018 = t_{16} \end{array} \right. \quad A(16) = 900 + 400 \sin \underbrace{\frac{16\pi}{4}}_0 = 900$$

Portanto, em jan/2018 temos **900 árvores**

Vamos encontrar o mínimo utilizando o conceito de derivada nula $A'(t) = 0$.

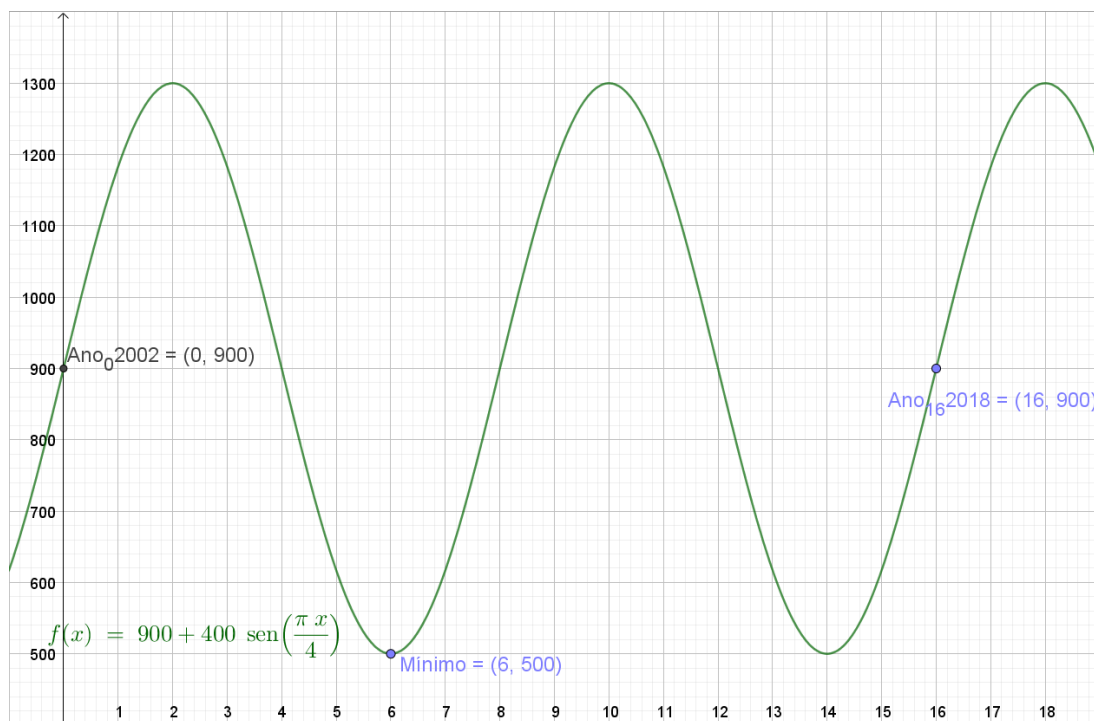
$$\frac{d}{dt} \left(900 + 400 \sin \left(\frac{\pi t}{4} \right) \right) = 400 \cos \left(\frac{\pi t}{4} \right) \frac{\pi}{4}$$

$$\begin{aligned}
400 \cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) \cdot \frac{\pi}{4} &= 0 \\
\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right) &= 0 \\
\frac{\pi t}{4} &= \frac{\pi}{2} \pm k\pi \\
\therefore \\
t &= 2 \pm 4k
\end{aligned}$$

Calculando a função nos pontos de máx/min

$$\begin{cases}
k = 0 & t = 2 \text{ anos} & A(2) = 1300 \\
k = 1 & t = 6 \text{ anos} & A(6) = \mathbf{500} \\
k = 2 & t = 10 \text{ anos} & A(10) = 1300 \\
k = 3 & t = 14 \text{ anos} & A(14) = \mathbf{500} \\
\vdots & \vdots & \vdots
\end{cases}$$

Os ciclos de máx/mín são de 4 anos, tendo a alternância entre 2 mínimos no intervalo de 8 anos, como pode ser visto no gráfico a seguir:



Exercício 53

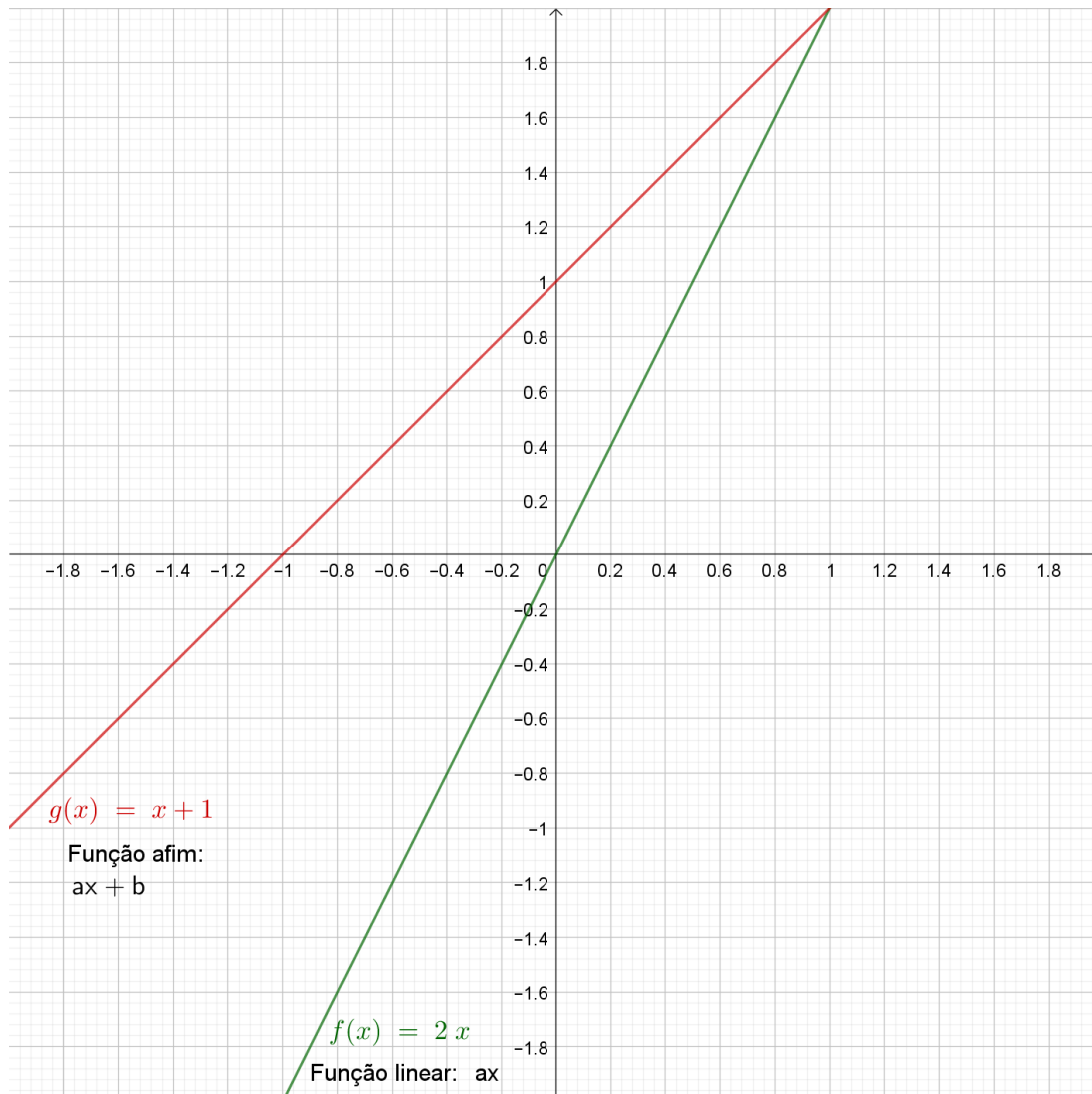
- A) a função linear, dada pela fórmula $f(x) = ax$ é um modelo matemática para os problemas de proporcionalidade.
VERDADEIRO - a é o coeficiente de proporcionalidade.
- B) toda função linear é uma função afim.
VERDADEIRO - caso em que o coeficiente linear $b = 0$.
- C) nem toda função afim e uma função linear.
VERDADEIRO - caso em que o coeficiente linear $b \neq 0$.

D) seja uma função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, a função linear é conhecida como $f(x) = a(x)$, com $a \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

VERDADEIRO - decorre da definição.

E) uma função polinomial do 1º grau que tem coeficiente $b \neq 0$ recebe o nome de função linear.

FALSO - o correto é função afim, função linear é quando $b = 0$



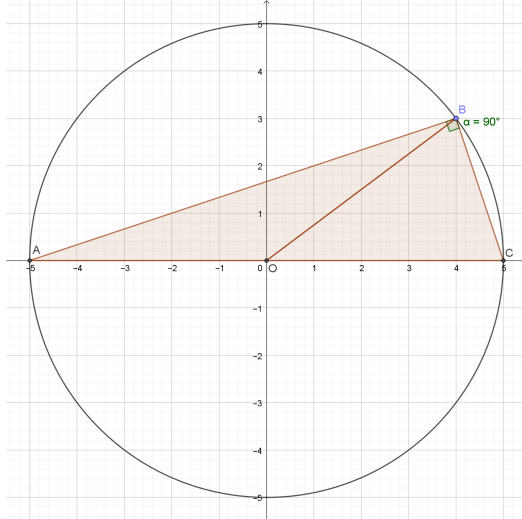
Exercicio 54

A) Um círculo é bissectado por um diâmetro.

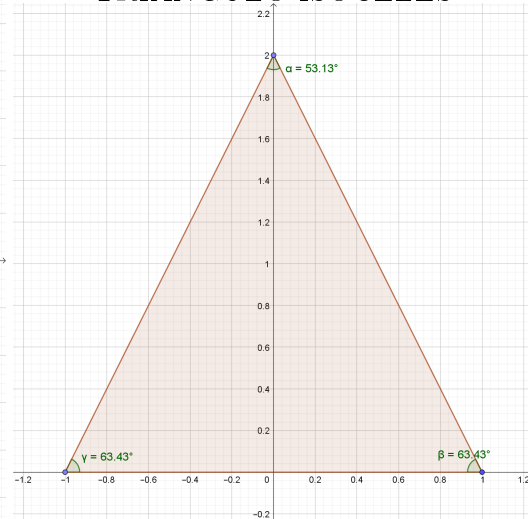
VERDADEIRO - Caso especial do teorema do angulo inscrito.

- B) Os ângulos da base de um triângulo isósceles são iguais.
VERDADEIRO - Propriedade fundamental do triângulo isósceles.
- C) Os pares de ângulos opostos formados por duas retas que se cortam são iguais.
VERDADEIRO - Caso das retas paralelas cortadas por uma transversal.
- D) Segmentos de círculo semelhantes estão na mesma razão que os quadrados de suas bases.
FALSO - Faz parte dos trabalhos relacionados à "**Quadratura de luna**" do matemático geômetra **Hipócrates de Quios**.
- E) Se dois triângulos são tais que dois ângulos e um lado de um são iguais respectivamente a dois ângulos e um lado de outro, então os triângulos são congruentes.
VERDADEIRO - Congruência de triângulos.

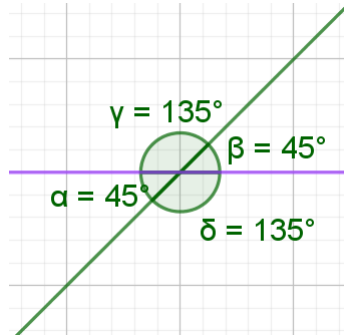
TEOREMA DO ÂNGULO INSCRITO



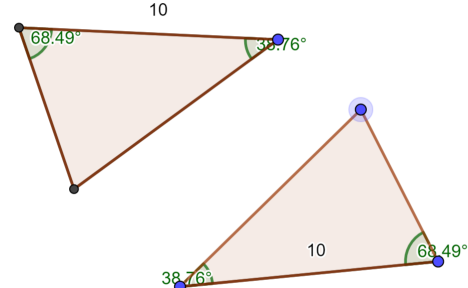
CONGRUÊNCIA NO TRIÂNGULO ISÓCELES



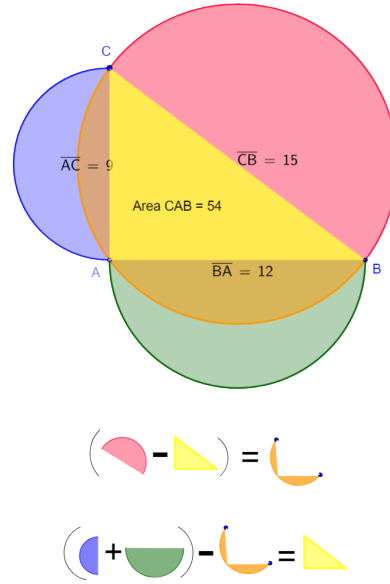
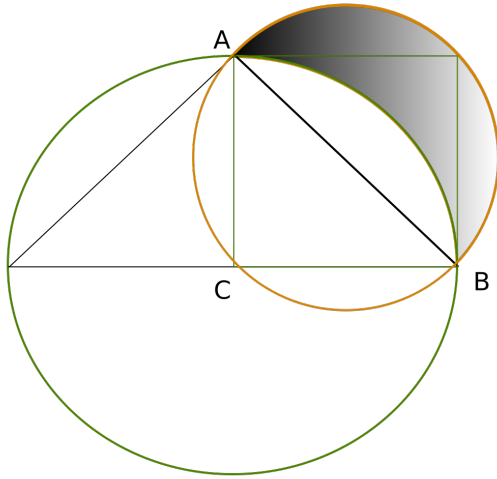
ÂNGULOS OPOSTOS POR VÉRTICE



TEOREMAS DE TALES DO TRIÂNGULO



QUADRATURA DE LUNAS - HIPÓCRATES DE QUIOS



Exercicio 55

Considere que a equação $\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x-2} = \frac{4}{x^2-3x+2}$ é equivalente à equação $4ax - 6 = x + 6$. Então, a é igual

$$\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x-2} = \frac{(x-2) - 2(x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{-x}{x^2-3x+2} = \frac{4}{x^2-3x+2} \quad (27)$$

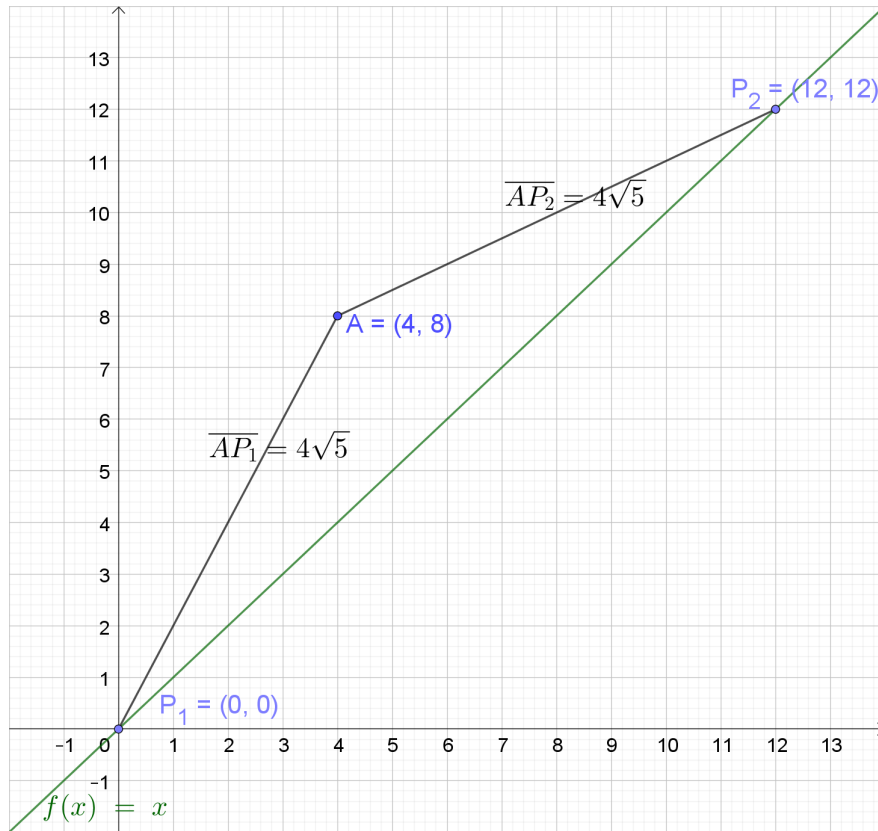
Portanto, a partir de 27 temos que $x = -4$. Substituindo na outra expressão dada, temos:

$$4ax - 6 = x + 6 \Rightarrow -16a - 6 = -4 + 6 \Rightarrow a = \frac{8}{-16} \therefore a = -\frac{1}{2}$$

Exercicio 56

Quais são as coordenadas do ponto P pertencentes à bissetriz dos quadrantes ímpares, sabendo que $\overline{AP} = 4\sqrt{5}$ e $A = (4, 8)$?

Seja o ponto $P = (x, y)$, pertencente a bissetriz dos quadrantes ímpares. Então, podemos expressá-lo da forma $P = (x, x)$.



Da definição de distância no espaço Euclidiano, temos:

$$\begin{aligned}
 \overline{AP} &= 4\sqrt{5} = \sqrt{(x-4)^2 + (y-8)^2} \\
 4\sqrt{5} &= \sqrt{x^2 - 8x + 16 + y^2 - 16y + 64} \\
 4\sqrt{5} &= \sqrt{2x^2 - 24x + 80} \\
 (4\sqrt{5})^2 &= 2x^2 - 24x + 80 \\
 \underline{80} &= 2x^2 - 24x + \underline{80} \\
 &\Downarrow \\
 x(2x - 24) &= 0 \\
 &\therefore \\
 x &= 0 \text{ e } x = 12
 \end{aligned}$$

Assim, os valores possível para o ponto P que satisfazem essa condições de distância em relação ao ponto A são:

$$P_{1,2} = \{(0, 0); (12, 12)\}$$

Exercício 57

Uma circunferência tem raio igual a 32 cm. Essa circunferência é a primeira de uma sequência, em que cada uma, a partir da segunda, possui metade da área da circunferência anterior. Qual é o comprimento da décima primeira circunferência?

Dados da 1ª circunferência

raio $32\text{cm} = 2^5\text{cm}$

área $\pi r^2 = 2^{10}\pi\text{cm}^2 = 1024\pi\text{cm}^2$

comprimento $2\pi r = 2^6\pi\text{cm} = 64\pi\text{cm}$

A 11ª circunferência teve sua área dividida pela metade 10 vezes em relação a primeira.

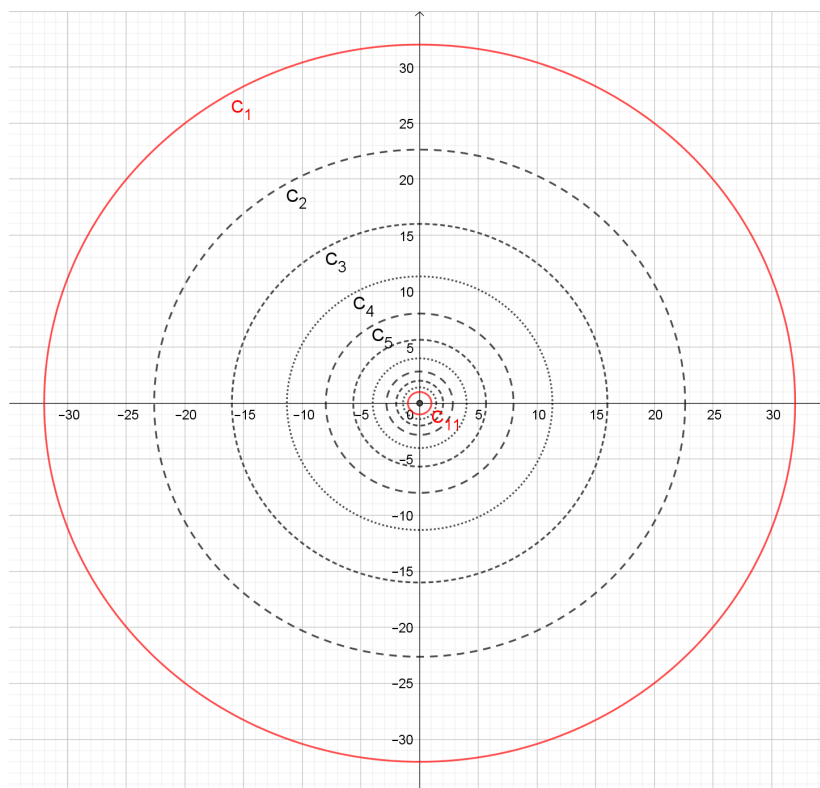
Dados da 11ª circunferência

área $A_{11} = \frac{A_1}{2^{10}} = \frac{2^{10}\pi}{2^{10}} \Rightarrow A_{11} = \pi$

raio $A_{11} = \pi r_{11}^2 \Rightarrow r_{11} = 1$

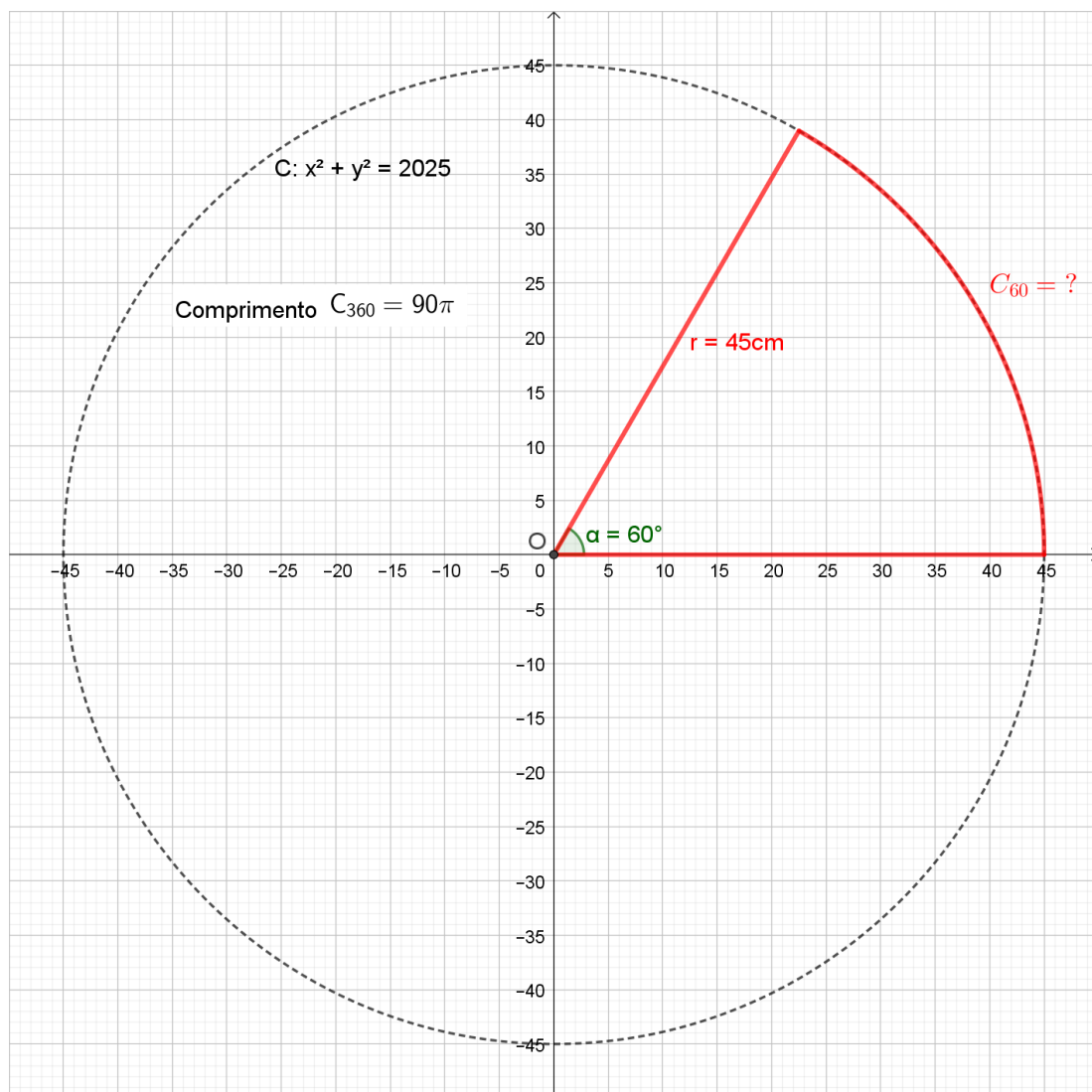
comprimento $C_{11} = 2\pi r_{11} \therefore C_{11} = 2\pi$

	Área	Raio	Comp.
C_1	1024π	32	64π
C_2	512π	$16\sqrt{2}$	$32\sqrt{2}\pi$
C_3	256π	16	32π
C_4	128π	$8\sqrt{2}$	$16\sqrt{2}\pi$
C_5	64π	8	16π
C_6	32π	$4\sqrt{2}$	$8\sqrt{2}\pi$
C_7	16π	4	8π
C_8	8π	$2\sqrt{2}$	$4\sqrt{2}\pi$
C_9	4π	2	4π
C_{10}	2π	$1\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}\pi$
C_{11}	π	1	2π



Exercício 58

O comprimento de um arco de 60° , numa circunferência que tem 45 cm de raio é



$$\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{1}{6}$$

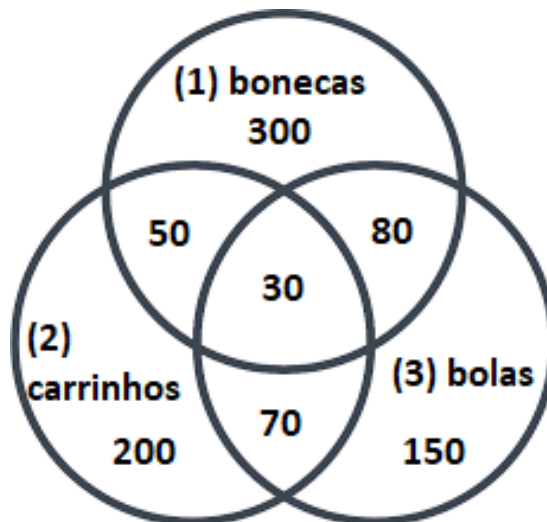
$$C_{360} = 2\pi r = 2\pi 45\text{cm} = 90\pi\text{cm}$$

$$C_{60} = C_{360} \frac{60^\circ}{360^\circ} = 90\pi \frac{1}{6} = 15\pi \approx 47,1\text{cm}$$

Exercício 59

Em uma escola foram doados os seguintes brinquedos para crianças: bonecas (1), carrinhos (2) e bolas (3), segundo a tabela abaixo. Qual o número total de crianças contempladas com brinquedos?

Brinquedos	Número de crianças contempladas
(1)	300
(2)	200
(3)	150
(1) e (2)	50
(1) e (3)	80
(2) e (3)	70
(1), (2) e (3)	30



$$\#C = \underbrace{\overbrace{300}^A + \overbrace{200}^B + \overbrace{150}^C}_{650} - \underbrace{\overbrace{50}^{A \cap B} + \overbrace{80}^{A \cap C} + \overbrace{70}^{B \cap C}}_{200} + \underbrace{\overbrace{30}^{A \cap B \cap C}}_{30} = 650 - 200 + 30 = \underline{480}$$

Exercício 60

Dada a função $f(x) = \log_2(x+1)$, o valor de $f(\sqrt{2}-1) + f(0)$ é

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}-1) = \log_2(\sqrt{2}-1+1) = \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \\ f(0) = \log_2(0+1) = \log_2 1 = 0 \end{cases}$$

$$\text{Portanto } f(\sqrt{2}-1) + f(0) = \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$